

**Feuille d'exercices n° 3**  
**Théorie de la crédibilité**

**Exercice 1.**

Considérons un assuré dont le nombre annuel de sinistres est distribué selon une loi de Poisson de paramètre  $\Theta$ . Les montants de sinistres sont constants. La distribution à priori de  $\Theta$  est une loi uniforme sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

1. Donnez la prime de Bayes de cet assuré.
2. Lors de la première année d'observation, l'assuré a causé un sinistre. Quelle prime lui réclameriez-vous pour la seconde année ?

**Exercice 2.**

Notons  $N_i$  le nombre de sinistres causés par un assuré durant l'année  $i$ . Conditionnellement à  $\Theta$ , les  $N_i$  sont indépendants et identiquement distribués selon une loi de Poisson de paramètre  $\Theta$ .  $\Theta$  admet pour densité  $g(\theta) = \exp(-\theta), \theta > 0$ .

1. Donner la probabilité que l'assuré cause 2 sinistres durant la première année  $P[N_1 = 2]$ .
2. Donner la distribution prédictive de  $N_2$  sachant que  $N_1 = 2$  (il s'agit de déterminer  $P[N_2 = n | N_1 = 2]$  pour  $n = 0, 1, \dots$ )

**Exercice 3.**

Un portefeuille d'assurance est composé de 25% de bons risques, 60% de risques moyens et 15% de mauvais risques. Tous les risques ont une distribution de sinistres de type gamma  $\Gamma(r, s)$ , mais dont les paramètres diffèrent selon le tableau ci-dessous. Les nombres des sinistres d'un risque

Type de risque	r	s
Bon	4	2
Moyen	4	1
Mauvais	10	2

choisi au hasard sont égales à 1 et 2 au cours des deux premières années.

1. Calculer la prime individuelle de ce risque pour la troisième année.
2. Calculer la prime collective.
3. Calculer la prime de crédibilité de ce risque pour la troisième année selon le modèle de Bühlmann.

**Exercice 4.**

Un portefeuille d'assurance automobile est composé de 35 % de bons conducteurs, 40% de conducteurs moyens et 25% de mauvais conducteurs. L'actuaire a estimé que les bons conducteurs ont, en moyenne, un accident par 10 ans, les conducteurs moyens, deux accidents et les mauvais conducteurs, six accidents. On suppose de plus que le nombre des accidents a une distribution de Poisson. Par souci de simplicité, les sinistres sont tous d'un montant de 1.

1. Quelle est la probabilité qu'un assuré choisi au hasard ait un accident ?
2. Calculer la prime de risque pour chacun des trois types de conducteurs.
3. Calculer la prime collective.
4. Calculer la prime bayésienne de sixième année d'un contrat ayant le dossier suivant au cours des cinq premières années : 1, 0, 1, 1, 0.